

La fisica quantistica

1 I fatti

Dove si mostra come le nuove scoperte smontino il quadro elegante e completo faticosamente costruito nei secoli e terminato a fine ottocento, lasciando la sgradevole sensazione di non aver aumentato la conoscenza, ma solo imparato quello che la realtà non è.

All'inizio del '900 diversi esperimenti (emissione del corpo nero 1900, effetto fotoelettrico 1905, diffusione Compton 1922) hanno mostrato che la radiazione elettromagnetica presenta aspetti corpuscolari: tutti si possono spiegare assumendo che una radiazione di frequenza f sia composta di unità elementari, detti **fotoni**, ognuno di energia $E=hf$, che sono emessi e assorbiti interamente dagli atomi e che interagiscono con le particelle, come gli elettroni, come corpi materiali, seguendo le leggi degli urti. Tuttavia, gli esperimenti di diffrazione e interferenza, noti dal '700, e la teoria elettromagnetica di Maxwell mostrano che la luce si presenta anche come un'**onda elettromagnetica**, cioè la propagazione di variazioni periodiche dei campi elettrici e magnetici.

Analogamente, diversi esperimenti di diffrazione da cristalli di fasci di particelle come elettroni o neutroni (Davisson e Germer 1927, G. P. Thomson 1927) ne hanno mostrato la **natura ondulatoria**, mentre esperimenti come quelli di J. J. Thomson e di Rutherford avevano mostrato la **natura corpuscolare** di questi componenti fondamentali della materia.

E' evidente che non ha senso dire che qualcosa è un'onda o una particella a seconda dell'esperimento che viene effettuato. Quello che si può dire per ora è che i risultati sperimentali si possono spiegare usando per lo stesso oggetto talvolta il modello ondulatorio, talvolta quello corpuscolare, ma quest'oggetto non è né l'uno, né l'altro.

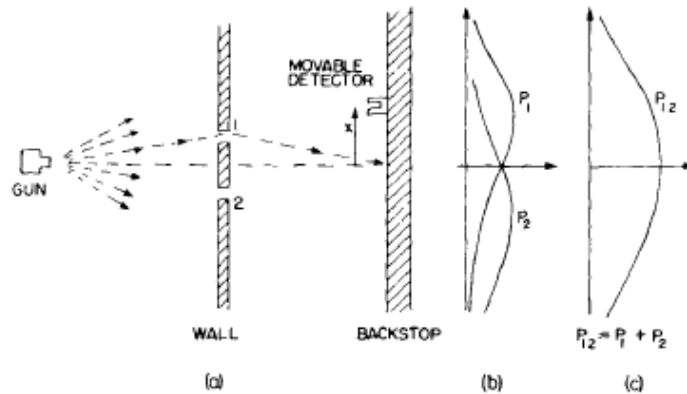
2 L'indeterminazione di Heisenberg

Dove si scopre che, a cercare di scoprire cosa sono gli oggetti quantistici, bisogna smantellare ulteriori conoscenze.

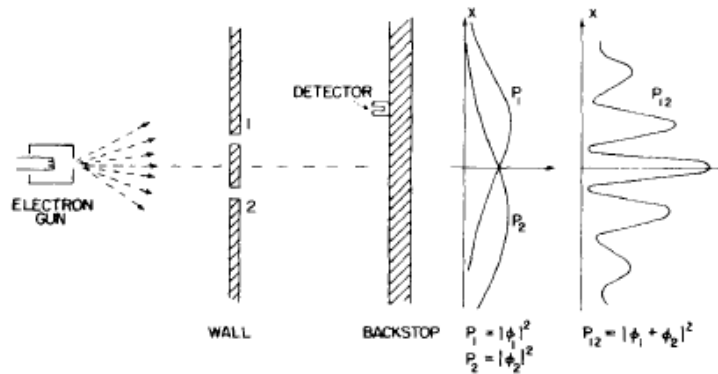
L'esperimento della doppia fenditura. L'esperimento della doppia fenditura è un esempio significativo del comportamento quantistico.

Come per l'esperimento di Young con la luce, consiste nell'inviare un fascio di particelle (elettroni, ad esempio) contro un ostacolo con due fenditure sufficientemente sottili, in modo da rendere evidenti diffrazione e interferenza. Nel caso degli elettroni, l'equivalente della doppia fenditura è costituito da un filamento conduttore, che attirando gli elettroni piega i due fasci in modo da farli sovrapporre. Uno schermo fluorescente è in grado di mostrare il punto di arrivo dei singoli elettroni.

Se gli elettroni sono particelle materiali, possono essere fermati dall'ostacolo, oppure passare in una delle due fenditure, formando sullo schermo una figura (che chiamiamo di tipo P) che è la sovrapposizione di due picchi.

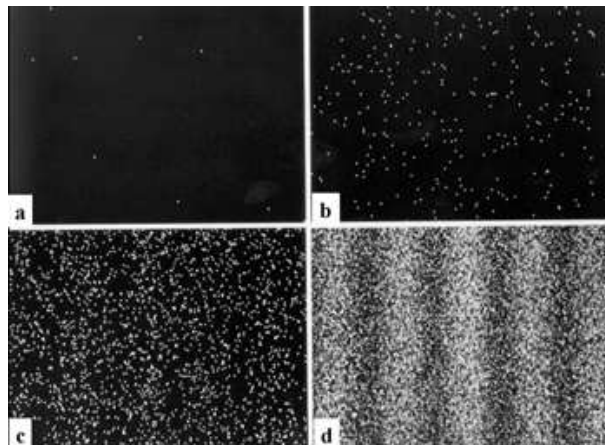


Quello che si osserva è invece una figura d'interferenza (che chiamiamo di tipo O), che si comporta come quella delle onde, variando le dimensioni delle frange al variare della spaziatura tra le fenditure (nel caso degli elettroni, variando il potenziale del filo), e che si può prevedere conoscendo la massa e la velocità degli elettroni, usando la lunghezza d'onda di de Broglie, $\lambda = \frac{h}{p}$.



Si evidenzia quindi di nuovo la natura ondulatoria degli elettroni. Tuttavia, non esiste nessuna onda reale che possa descrivere correttamente gli elettroni. Non si può pensare a niente di materiale che oscilli formando un'onda (come le onde sull'acqua), né a qualche grandezza fisica oscillante (come il campo elettrico di un'onda elettromagnetica), perché queste onde 'reali' non sono compatibili con i risultati dell'esperimento; in particolare:

- nel caso di onde reali l'interferenza è dovuta alla sovrapposizione di due fasci; mentre la figura di interferenza degli elettroni si vede anche se si fanno passare gli elettroni uno alla volta;
- diminuendo l'intensità di un'onda reale, si vede una figura di interferenza sempre più debole; nel caso degli elettroni, si vedono singoli punti, che formano la figura d'interferenza per accumulazione;



- un'onda reale ha un fronte d'onda esteso che attraversa entrambe le fenditure. La presenza di una figura d'interferenza sembra suggerire che anche l'elettrone debba fare lo stesso. Invece, se si pone un rivelatore davanti a una fenditura, al passaggio di ciascun elettrone il rivelatore mostra una traccia oppure no, cioè in effetti si può stabilire se l'elettrone sia passato da una fenditura o l'altra, e la figura di interferenza scompare! *E' come se* il solo fatto di aver cercato di determinare una proprietà corpuscolare dell'elettrone lo abbia reso in effetti una particella, e sullo schermo si vede una distribuzione di intensità di tipo P.

E' chiaro che il comportamento degli elettroni non può essere ricondotto né a quello di corpi materiali macroscopici, né a quello di onde reali. Ogni volta che si effettua una misura per determinarne la posizione, mostrano di avere una posizione definita, ma se si suppone che quando non sono stati rilevati hanno percorso una traiettoria che li ha portati in quella posizione, non si spiegano le figure d'interferenza. Bisogna concludere che *non ha senso chiedersi che traiettoria ha percorso l'elettrone*.

Questo comportamento si può spiegare con il **principio di indeterminazione di Heisenberg**: le incertezze su una misura contemporanea di posizione e quantità di moto non possono essere ridotte indefinitamente, ma il loro prodotto è sempre maggiore di una costante universale:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

quindi, determinando con precisione la velocità degli elettroni, la posizione non è determinata, e il comportamento è quello di un'onda (un fronte d'onda non occupa una posizione precisa, ma si estende nello spazio); d'altra parte, fissando la posizione con un rivelatore, si rende indeterminata la velocità, ottenendo una figura che è la sovrapposizione di figure corrispondenti a onde con lunghezza d'onda diverse; siccome la spaziatura tra frange dipende dalla lunghezza d'onda, ogni figura 'riempie' le frange nere di un'altra, da cui si capisce che si perdono le frange e si ottiene la distribuzione di tipo P.

Un'altra forma del principio di Heisenberg lega le incertezze di energia e tempo:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

3 Le onde di probabilità di Schrödinger

Dove i fisici trovano un compromesso con la Natura: riuscendo finalmente a descriverla come piace a loro, in modo sistematico e quantitativo, accettano di non poterla capire.

Dopo i primi tentativi di spiegare gli esperimenti in modo fenomenologico, come l'introduzione della lunghezza d'onda di de Broglie e la formulazione del principio di Heisenberg, alla fine degli anni '20 si riesce a costruire una teoria completa e organica, in grado di fare previsioni quantitative anche in casi complessi, a partire da pochi principi.

Schrodinger definisce una 'funzione d'onda' ψ , funzione della posizione e del tempo, da associare all'oggetto che si sta studiando (ad esempio, un elettrone nel campo del nucleo di un atomo), e che segue un'equazione differenziale:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - U\psi = -i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

dove m è la massa della particella, U l'energia potenziale del sistema in cui si trova, $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$ indica la derivata seconda della funzione fatta rispetto alla posizione, e $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ la derivata fatta rispetto al tempo. Dal punto di vista della struttura, la teoria di Schrödinger è uguale a quella di Newton: un problema di meccanica classica ha come incognita l'evoluzione della funzione posizione $x(t)$ nei vari istanti, e questa viene determinata risolvendo l'equazione

$$F = mx''(t)$$

dove l'accelerazione è stata scritta come derivata seconda della posizione. Sia nella teoria di Schrödinger sia in quella di Newton, la soluzione del problema, cioè la funzione incognita, è completamente determinata se si conoscono in un dato istante il suo valore e quello della derivata prima. Nel caso della

meccanica classica, queste 'condizioni iniziali' sono la posizione e la velocità in un istante, nel caso della fisica quantistica sono invece quantità puramente matematiche.

Nella teoria di Schrödinger il principio di Heisenberg diventa un teorema, cioè si può dedurre matematicamente dai principi e dalle equazioni della teoria.

Significato della funzione d'onda. La funzione d'onda non ha un significato reale diretto, cioè non rappresenta la posizione di qualcosa di reale che oscilla (come la funzione che descrive un'onda sull'acqua, o in una corda), né il valore oscillante di una grandezza fisica (come il campo elettrico di un'onda elettromagnetica). Addirittura, pur essendo calcolata su valori reali, posizione e istante, può assumere valori complessi. Quello che ha significato è il suo modulo al quadrato: $|\psi|^2$ è una funzione che dà la probabilità di trovare l'oggetto in una data posizione a un dato istante. Allora l'evoluzione della funzione d'onda, cioè della grandezza fondamentale che descrive un oggetto quantistico, è determinata dall'equazione di Schrödinger e dalle condizioni iniziali, ma essendo la ψ legata a una probabilità, non è più determinata la traiettoria. Questa è la grande differenza tra fisica classica e quantistica: gli oggetti quantistici non hanno traiettoria, non ha senso chiedersi che percorso hanno seguito per arrivare al punto in cui sono stati rilevati, ha senso parlare di posizione solo se viene effettivamente misurata.

Spiegazione dell'esperimento della doppia fenditura. Applichiamo l'interpretazione probabilistica all'esperimento della doppia fenditura.

La funzione che descrive un elettrone che attraversa l'ostacolo è la somma di due funzioni elementari, la prima che descrive il passaggio in una fenditura e l'altra che descrive il passaggio nella seconda. Le funzioni elementari si chiamano 'stati' e la funzione totale si dice che rappresenta una 'sovrapposizione di stati'. Siccome stiamo sommando due funzioni che hanno la forma matematica di un'onda, a seconda dei cammini relativi si formerà interferenza costruttiva o distruttiva in posizioni diverse. Il risultato è quindi una figura di interferenza, che non è realmente rilevabile sullo schermo, ma indica, per ogni posizione sullo schermo, la probabilità di trovare l'elettrone. Mandando più elettroni, si accumulano dei punti che mostrano la posizione di arrivo di ciascuno, in numero maggiore dove la probabilità è maggiore, mentre nessun elettrone arriva dove la probabilità è nulla. La figura finale mostra quindi delle frange d'interferenza.

E' importante notare la differenza tra le 'onde di probabilità' della fisica quantistica e le onde 'reali'. L'interferenza degli elettroni si ha anche con un elettrone alla volta (e lo stesso esperimento si può fare con i fotoni), quindi non è dovuta alla sovrapposizione dei due fasci, separati dall'ostacolo, come avviene con la luce o con le onde sull'acqua. Quelli che si sovrappongono sono due stati dello stesso elettrone, *come se* l'elettrone passasse contemporaneamente in entrambe le fenditure. In questo senso si può dire che l'elettrone interferisce con se stesso.

La teoria di Schrödinger spiega anche l'apparente paradosso per cui mettendo un rivelatore davanti a una delle fenditure, scompare la figura d'interferenza. Inserendo il rivelatore, la probabilità da calcolare non è più quella della posizione di arrivo, ma quella dell'evento composto 'arrivo in una posizione dello schermo' e 'passaggio nel rivelatore'. Se si fanno i conti nel dettaglio si prevede la figura effettivamente osservata, senza frange. E' come se, ogni volta che si effettua una misura, si costringesse la grandezza misurata, di cui conosciamo solo la probabilità, ad assumere un valore determinato. Quindi il diverso risultato dell'esperimento con il solo schermo o con lo schermo e rivelatore si spiega semplicemente con il fatto che sono due esperimenti diversi, perché il primo contiene una procedura di misura mentre il secondo due.