

I LOGARITMI NELL'ANALISI DEI DATI SPERIMENTALI

La crescita esponenziale

Un lago viene ricoperto gradualmente di ninfee mentre queste si riproducono.

Ogni giorno misuri la superficie di lago ricoperta dalle ninfee, ottenendo i seguenti dati:

t (giorni)	0	1	5	10	20
A (m ²)	100	142	564	3205	102360

Vogliamo determinare secondo quale legge cresce la superficie ricoperta.

- 1) Definisci in Matlab¹ i tre elenchi (in Matlab si chiamano vettori) che contengono i valori delle due grandezze, chiamandoli t , A :
`T=[0, 1, 5, 10, 20];`
... e così via
- 2) Disegna il grafico dell'area ricoperta in funzione del tempo:
`plot(t, A, 'x')`

Considerata l'elevata escursione, possiamo supporre che il grafico sia quello di un, ma "a occhio" non si riesce a distinguere una curva da un'altra. Cerchiamo di ottenere il grafico di una retta, che è più riconoscibile.

- 3) Se l'ipotesi fatta è corretta, la legge che lega t e A è del tipo $A=A_0 2^{t/\tau}$. Calcolando il logaritmo di entrambi i membri dell'ultima uguaglianza, risulta:

$$\log_2(A)=\dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$\log_{10}(A)=\dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

- 4) Fai un grafico di $\log_{10}(A)$ in funzione di t :

`plot(t, log10(A), 'x')`

Si ottiene una retta con coefficiente angolare approssimativamente uguale a

E' compatibile con l'ipotesi fatta nel punto (3)? Quanto vale τ ?

IN SINTESI: i dati che seguono leggi esponenziali, cioè del tipo $y=A a^{x/b}$, hanno un grafico lineare se rappresentati in scala logaritmica, cioè come $\log_{10}(y)$ in funzione di x , e il coefficiente angolare della retta che si ottiene è pari a $(\log_{10}a)/b$.

Lo spettro del corpo nero

Uno **spettro di emissione** è un grafico in cui si riportano i valori della potenza della luce emessa da un corpo (ad esempio una stella o una lampada), in funzione della lunghezza d'onda della luce emessa.

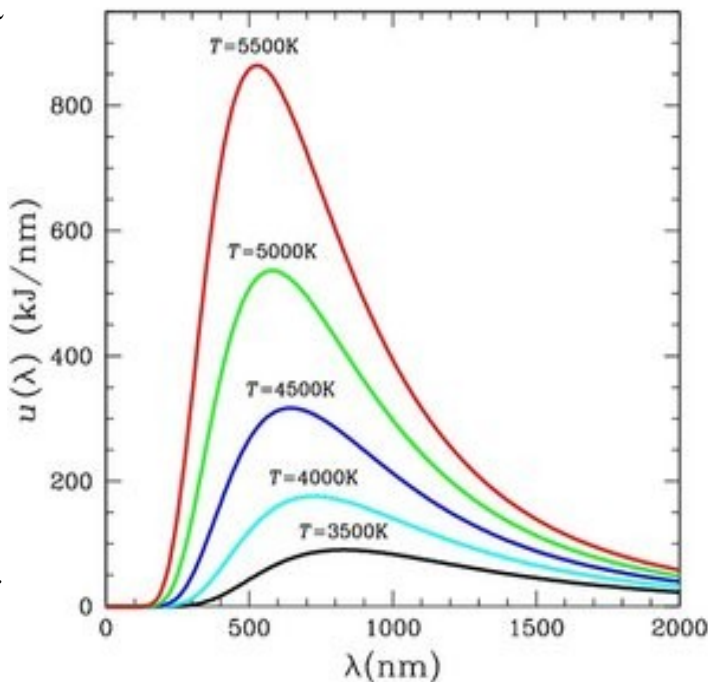
Gli spettri di emissione, in generale, hanno forme diverse a seconda del materiale, della temperatura, e di altri fattori che possono influenzare la potenza emessa. Esistono oggetti, detti **corpi neri**, che hanno spettro dipendente solo dalla temperatura, qualunque sia il materiale (vd. figura nella pagina seguente). Ad esempio un chiodo rovente, o la lava incandescente, hanno uno spettro che si avvicina molto a quello di un corpo nero ideale.

¹ Il software *Freemat*, che è essenzialmente una versione gratuita e ridotta di Matlab, si può scaricare all'indirizzo <http://freemat.sourceforge.net/>

Nella tabella sono riportati, per diverse temperature T , i valori della lunghezza d'onda λ corrispondente al massimo di emissione, e della potenza totale emessa $P(T)$, rapportata alla potenza emessa a $T=1000\text{K}$.

T (K)	λ (nm)	$W = P(T) / P(1000\text{K})$
1036	2795	1,15
1807	1603	10,6
3211	902	106
5688	509	1046
8385	345	4944

N.B. La temperatura è espressa in kelvin, unità di misura della temperatura nel Sistema Internazionale.
 $T(\text{K})=273,15+T(^{\circ}\text{C})$.



Vogliamo cercare quali leggi legano queste tre grandezze.

- 1) Definisci in Matlab i tre vettori che contengono i valori delle tre grandezze, chiamandoli T, l, W:
 $T=[1036, 1807, 3211, 5688, 8385]$;
 ... e così via
- 2) Disegna il grafico della lunghezza d'onda in funzione della temperatura:
 $\text{plot}(T, l, 'x')$

Il grafico sembra quello di una, ma "a occhio" non si riesce a distinguere una curva da un'altra. Cerchiamo di ottenere il grafico di una retta, che è più riconoscibile.

- 3) Se l'ipotesi fatta è corretta, la legge che lega T e λ è del tipo $T=a/\lambda$. Calcolando il logaritmo di entrambi i membri della precedente uguaglianza, risulta:

$$\log_{10}(T)=\dots\dots\dots - \dots\dots\dots$$

- 4) Fai un grafico di $\log_{10}(\lambda)$ in funzione di $\log_{10}(T)$:
 $\text{plot}(\log_{10}(T), \log_{10}(l))$
 Si ottiene una retta con coefficiente angolare approssimativamente uguale a
 E' compatibile con l'ipotesi fatta nel punto (3)?

- 5) Ripetiamo lo stesso studio per la potenza emessa. Fai il grafico di W in funzione di T:
 $\text{plot}(T, W, 'x')$
 Stavolta è ancora più difficile capire che curva sia. Fai il grafico di $\log_{10}(W)$ in funzione di $\log_{10}(T)$: $\text{plot}(\log_{10}(T), \log_{10}(W))$
 Si ottiene una retta con coefficiente angolare approssimativamente uguale a
 Usando le proprietà dei logaritmi, sai dedurre la legge che lega W e T? $W=\dots\dots\dots$

IN SINTESI: i dati che seguono leggi di potenza, cioè del tipo $y=ax^n$, hanno un grafico lineare se rappresentati in scala *bilogarithmica*, cioè come $\log(y)$ in funzione di $\log(x)$, e il coefficiente angolare della retta che si ottiene è la potenza n .